

VISUALIZACIÓN DE INFORMACIÓN EN EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)

TURÓN LANUZA, Alberto

Grupo Decisión Multicriterio Zaragoza

<http://gdmz.unizar.es>

Facultad de Económicas

Universidad de Zaragoza

correo-e: turon@unizar.es

MORENO JIMÉNEZ, José María

Grupo Decisión Multicriterio Zaragoza

<http://gdmz.unizar.es>

Facultad de Económicas

Universidad de Zaragoza

correo-e: moreno@unizar.es

RESUMEN

Las Técnicas de Visualización Gráfica de Información desempeñan un papel relevante en el terreno de la ayuda a la decisión, permitiendo incorporar al Proceso de Toma de Decisiones las habilidades perceptuales del cerebro humano para analizar datos y extraer información. Para aprovechar esta capacidad es necesario dotar al decisor de herramientas que permitan explotar su creatividad y capacidad analítica.

Este trabajo pretende analizar los beneficios que las técnicas de Visualización Gráfica de Información aportan a las distintas etapas del *Proceso Analítico Jerárquico*: a) análisis de la jerarquía, b) emisión de juicios e interacción de los decisores, c) priorización de las alternativas.

Palabras clave: Toma de Decisiones Multicriterio, AHP, Visualización de Información

1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de visualización gráfica de Información están llamadas a desempeñar un papel cada vez más relevante en el terreno de la ayuda a la decisión, al permitir que el decisor incorpore al Proceso de Toma de Decisiones las habilidades perceptuales del cerebro humano para analizar datos y extraer información. Esta participación del decisor cobra aún mayor importancia si se tiene en cuenta que el enorme desarrollo experimentado en los últimos años en el ámbito de las tecnologías de la información y las comunicaciones permite que cada vez se aborden problemas de decisión de mayor complejidad, tanto en lo que se refiere a la cantidad de datos considerados como en su organización y estructura.

Con el fin de poder aprovechar de manera efectiva esta capacidad perceptual del decisor es necesario dotarle de herramientas que permitan explotar la flexibilidad, creatividad y capacidad de análisis del cerebro humano.

El presente trabajo pretende analizar los beneficios que las técnicas de visualización gráfica de información actuales pueden aportar a las distintas etapas del *Proceso Analítico Jerárquico*. En concreto, se mostrarán ejemplos de dos nuevas técnicas de visualización gráfica que se han aplicado en distintas etapas del proceso: el *diagrama de densidad de la inconsistencia de los juicios* y el *diagrama de localización de las estructuras de preferencia*.

2. EL PROCESO ANALÍTICO JERÁRQUICO (AHP)

El Proceso Analítico Jerárquico (Saaty, 1980) es una técnica de decisión multicriterio que permite considerar tanto factores objetivos como subjetivos en la elección de la mejor alternativa, permitiendo la adecuada modelización de problemas con una alta complejidad.

AHP se compone de tres etapas fundamentales:

1. La modelización y análisis de una jerarquía en la que se incorporan los elementos principales del problema, siendo el nodo más elevado de la jerarquía

la misión perseguida, los nodos intermedios los criterios, subcriterios, atributos y los nodos de nivel más bajo las alternativas.

2. La emisión de juicios mediante comparaciones pareadas. Estos juicios, medidos en la escala fundamental propuesta por Saaty (Saaty, 1980), reflejan la importancia relativa para el decisor de los elementos que cuelgan de un nodo de la jerarquía, con respecto al nodo del que dependen. Estos juicios se recogen en una serie de matrices de comparaciones pareadas a partir de las cuales se obtienen las prioridades locales de cada elemento de la jerarquía.
3. Priorización y síntesis. En esta etapa, se calculan las prioridades locales por cualquiera de los procedimientos de priorización existentes (Aguarón y Moreno-Jiménez, 2003). A partir de éstas, aplicando el principio de composición jerárquica, se obtienen las prioridades globales que son sintetizadas para obtener las prioridades totales de las alternativas, por cualquiera de los procedimientos de agregación existentes.

Siguiendo el enfoque marcado por el *constructivismo cognitivo* en el paradigma de la racionalidad procedimental multicriterio, la metodología seguida en el AHP consta de 6 etapas: 0) formulación y descripción del problema, 1) modelización jerárquica, 2) valoración y emisión de juicios, 3) priorización, agregación y síntesis, estudio de la inconsistencia, 4) incertidumbre, robustez y retroalimentación, 5) explotación del modelo, aprendizaje y negociación

El papel que el decisor o los decisores desempeñan en cada una de estas etapas se puede resumir de la siguiente forma:

- Formulación y modelización: debe identificar los criterios utilizados en la evaluación de las alternativas, organizándolos en una estructura jerárquica que le obliga a dividirlos en criterios y subcriterios.
- Valoración y emisión de juicios: el decisor expresará sus preferencias mediante una matriz de comparaciones pareadas cuyos valores se corresponden con una escala previamente fijada (escala fundamental de Saaty).

- Priorización, agregación y síntesis. Obtenidas las prioridades totales de las alternativas, AHP permite evaluar la inconsistencia del decisor a la hora de emitir sus juicios. Definiendo la consistencia como la transitividad cardinal de los juicios ($a_{ik}=a_{ij}a_{jk}, \forall i, j, k$), cuando la medida de inconsistencia fijada para el procedimiento de priorización supera un determinado umbral, se revisan los juicios más discrepantes con el fin de reducir dicha inconsistencia (Aguarón y Moreno-Jiménez, 2003).
- Incorporación de la incertidumbre y explotación. Se relaja la hipótesis de certidumbre mediante la utilización de intervalos de juicios y distribuciones recíprocas para los mismos (Escobar y Moreno-Jiménez, 2000). A partir de esta información, mediante técnicas de simulación, se obtienen las estructuras de preferencia resultantes. A continuación, mediante un análisis de sensibilidad inverso, se calculan los intervalos de estabilidad, tanto en prioridad como en consistencia. Esta información, y, en general, la derivada de la explotación del modelo, es usada para alcanzar un mejor conocimiento del proceso de resolución seguido, así como punto de partida en los procesos de negociación entre los actores implicados.

Para facilitar la participación del decisor en estos procesos negociadores es preciso dotarle de herramientas que le permitan llevar a cabo de manera eficiente las tareas anteriormente mencionadas.

3. TÉCNICAS GRÁFICAS DE VISUALIZACIÓN Y SU PAPEL EN AHP

En Keim (2001) y Keim (2002) puede encontrarse una clasificación de las técnicas de visualización gráfica de información atendiendo a tres criterios: las características de los datos a representar, la técnica de visualización utilizada y la técnica de interacción con los datos. Así, se clasifican de la siguiente manera:

1. **Según el tipo de datos que se representan:** datos unidimensionales, datos bidimensionales, datos multidimensionales, texto e hipertexto, jerarquías y grafos, algoritmos y software.

2. **Según la técnica de visualización utilizada:** diagramas 2d/3d, transformaciones geométricas, representaciones icónicas, diagramas de densidad de píxeles, diagramas apilados.
3. **Según la técnica de interacción con los datos:** proyecciones, filtrado, escalado proporcional (*zooming*), distorsión, resaltado (*brushing*).

La Tabla 1 muestra el papel que algunas de estas técnicas pueden desempeñar en diferentes etapas del AHP, con el fin de ayudar al decisor en el análisis de los datos y en las tareas que le corresponde ejecutar en cada una de ellas. Algunos ejemplos de aplicación de estas técnicas pueden encontrarse en Asahi (1994), Turón *et al.* (2003) y Moreno-Jiménez *et al.* (2004).

4. APLICACIONES

Para ilustrar la utilidad de algunas de las técnicas mencionadas se mostrarán ejemplos aplicables a dos de los aspectos fundamentales del AHP:

i) Medida de la inconsistencia. La medida propuesta en Saaty (1980) para evaluar la inconsistencia de una matriz pareada $A_{n \times n} = (a_{ij})$, llamada *Razón de Consistencia de Saaty (RC)*, viene dada por

$$RC = \frac{IC}{IR(n)}$$

donde $IC = \frac{\lambda_{\max}(A) - n}{n - 1} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} (e_{ij} - 1)$, siendo λ_{\max} el valor propio principal de la matriz A , $IR(n)$ el índice de consistencia aleatorio para matrices de orden n , y $e_{ij} = a_{ij} (\omega_j / \omega_i)$ el error obtenido al estimar a_{ij} por medio de ω_j / ω_i .

Si bien Saaty (1980) propuso el método del vector propio para la priorización, recientemente se han desarrollado otros métodos. Aguarón y Moreno-Jiménez (2003) proponen utilizar la media geométrica por filas como procedimiento de priorización y el Índice Geométrico de Consistencia (*GCI*) medida de la inconsistencia. Según este procedimiento, los pesos locales ω_i y el GCI se obtienen como:

$$\omega_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{1/n} \quad GCI = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i < j} \log^2 e_{ij}$$

Una vez obtenidos los pesos ω_i ya se pueden obtener los valores $e_{ij} = a_{ij}(\omega_j/\omega_i)$ de los errores de estimación. Con el fin de detectar las inconsistencias existentes en cada entrada de la matriz de juicios se definirá la *matriz de inconsistencia de los juicios* (*judgment inconsistency matrix*) como $\Delta_{n \times n} = (\delta_{ij})$, siendo $\delta_{ij} = \min\{e_{ij}, e_{ij}^{-1}\}$. Los valores de esta matriz simétrica están comprendidos entre 0 y 1, siendo más próximos a cero cuanto más inconsistentes hayan sido los juicios entre el par considerado, y más cercanos a uno cuanto más consistente.

El objetivo de esta matriz es ayudar al decisor a detectar los juicios y alternativas críticas. Con el fin de facilitar esta tarea, especialmente cuando las matrices de juicios son examinadas en su conjunto y las dimensiones de éstas son grandes, se construye el *diagrama de densidad de la inconsistencia de los juicios* sustituyendo cada uno de los elementos de la matriz por un color elegido en una escala que varía del rojo intenso (consistencia nula) al blanco (consistencia total).

Por ejemplo, considérese un problema de decisión con cuatro alternativas en el que la matriz de comparaciones pareadas A y las prioridades locales ω , obtenidos aplicando el método de la media geométrica por filas, son

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1/3 & 1 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 2 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \begin{pmatrix} 2,3403 \\ 0,6389 \\ 1,3161 \\ 0,5081 \end{pmatrix},$$

de manera que la matriz de errores resulta

$$E = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,8190 & 1,1247 & 1,0856 \\ 1,2209 & 1,0000 & 1,0299 & 0,7953 \\ 0,8891 & 0,9710 & 1,0000 & 1,1583 \\ 0,9212 & 1,2574 & 0,8633 & 1,0000 \end{pmatrix}$$

y la matriz de inconsistencia de los juicios es

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,8190 & 0,8891 & 0,9212 \\ 0,8190 & 1,0000 & 0,9710 & 0,7953 \\ 0,8891 & 0,9710 & 1,0000 & 0,8633 \\ 0,9212 & 0,7953 & 0,8633 & 1,0000 \end{pmatrix}.$$

El diagrama de densidad de la inconsistencia de los juicios resultante sería el mostrado en la Figura 1.

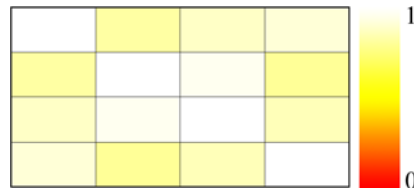


Figura 1. Diagrama de densidad de la inconsistencia de los juicios para la matriz de inconsistencia de los juicios del ejemplo.

El código de colores permite localizar los juicios más inconsistentes y cuya revisión por parte del decisor resultaría más conveniente.

Obsérvese que podría definirse de manera muy similar un diagrama de densidad de inconsistencia de las alternativas.

Definiendo el *índice de densidad de la inconsistencia* como $\Delta(A) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} (1 - \delta_{ij})$, se obtiene una medida global de la inconsistencia de una matriz de comparaciones pareadas. En esta definición se ha seguido el esquema utilizado en Saaty (1980) para definir el índice de consistencia, pero igualmente podría darse una definición multiplicativa en la que la inconsistencia global fuera igual a la media geométrica de las inconsistencias de los elementos de la matriz, es decir,

$$\Delta(A) = \left(\prod_{i < j} \delta_{ij} \right)^{1/n}.$$

Para facilitar la valoración cualitativa de este índice puede utilizarse la tabla de equivalencia de Bryson y Mobolurin (1999) que establece el valor cualitativo de su comparación con 1 (Tabla 2).

Dentro del esquema mostrado en la Tabla 1, los diagramas de densidad de la inconsistencia de los juicios se encuadrarían en las técnicas correspondientes a datos de tipo multidimensional y visualización mediante diagramas de densidad de píxeles.

Tabla 2. Tabla de equivalencia de Bryson y Mobolurin (1999).

Categoría cualitativa	Intervalo numérico
Casi igual	(0.95, 1.00]
Muy próximo	(0.90, 0.95]
Relativamente próximo	(0.80, 0.90]
Moderadamente inferior	(0.70, 0.80]
Muy inferior	(0.60, 0.70]
Extremadamente inferior	(0.50, 0.60] (0.40, 0.50] (0.30, 0.40] (0.20, 0.30] (0.10, 0.20]

ii) Explotación del modelo. Para la visualización gráfica de la evolución de las distintas estructuras de preferencia y el comportamiento de los diferentes decisores cuando se trata de tomar decisiones en grupo se ha recurrido al *diagrama de localización de las estructuras de preferencia*, un gráfico en el que se representan por un lado las distancias entre los decisores y las distintas estructuras de preferencia posibles y, al mismo tiempo, la relación de proximidad entre éstas.

En el caso de los datos que muestra la Tabla 3, se ha obtenido la distribución de probabilidades (en %) de las distintas estructuras de preferencia de un problema con cuatro alternativas y 94 decisores. A partir de ellas se calcula la representación gráfica de la Figura 2, en la que puede apreciarse cómo se sitúan los decisores con respecto a sus ordenaciones preferidas, al mismo tiempo que éstas aparecen más próximas entre sí cuanto más semejantes son.

Con respecto a la clasificación que se establece en la Tabla 1, los diagramas de localización de las estructuras de preferencia pueden considerarse como una técnica de visualización para datos multidimensionales mediante diagramas 2d.

Tanto en este caso como en el anterior no se hace mención al tipo de interacción ya que ésta dependerá del interfaz desarrollado para permitir al decisor la exploración de los datos.

Tabla 3. Distribución de probabilidad de las estructuras de preferencia de 94 decisores en un problema de selección con cuatro alternativas.

Decisor	1324	3124	3214	1234	2314	2134	Decisor	1324	3124	3214	1234	2314	2134
1	0,32	98,89	0,79	0,00	0,00	0,00	48	7,52	92,47	0,00	0,01	0,00	0,00
2	0,29	91,95	7,71	0,01	0,04	0,00	49	0,00	84,95	15,05	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,27	99,54	0,00	0,19	0,00	50	3,74	92,14	3,85	0,12	0,08	0,07
4	0,02	99,97	0,01	0,00	0,00	0,00	51	81,00	19,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,02	67,22	32,75	0,00	0,00	0,01	52	8,98	21,49	32,39	6,63	21,24	9,27
6	0,28	95,47	4,24	0,01	0,00	0,00	53	0,00	74,29	25,71	0,00	0,00	0,00
7	0,00	7,41	92,59	0,00	0,00	0,00	54	0,03	94,25	5,71	0,00	0,01	0,00
8	0,00	35,77	64,23	0,00	0,00	0,00	55	0,00	83,65	16,35	0,00	0,00	0,00
9	2,60	64,03	31,97	0,35	0,86	0,19	56	0,02	95,09	4,88	0,00	0,00	0,01
10	0,76	99,17	0,06	0,01	0,00	0,00	57	0,17	99,61	0,22	0,00	0,00	0,00
11	0,10	99,82	0,08	0,00	0,00	0,00	58	0,00	50,64	49,36	0,00	0,00	0,00
12	0,46	99,27	0,27	0,00	0,00	0,00	59	0,21	98,66	1,10	0,01	0,02	0,00
13	1,23	97,64	1,09	0,03	0,01	0,00	60	7,89	12,24	63,52	0,96	4,24	11,15
14	0,00	16,91	83,09	0,00	0,00	0,00	61	0,19	96,52	3,26	0,01	0,02	0,00
15	0,01	0,06	64,61	0,01	35,23	0,08	62	0,00	1,81	98,19	0,00	0,00	0,00
16	0,07	98,90	1,03	0,00	0,00	0,00	63	5,94	93,89	0,16	0,00	0,00	0,01
17	0,01	61,79	38,19	0,00	0,01	0,00	64	0,06	4,79	93,83	0,03	1,21	0,08
18	0,02	80,20	19,76	0,01	0,01	0,00	65	0,01	0,02	2,20	0,03	97,15	0,59
19	0,12	97,88	1,99	0,01	0,00	0,00	66	52,94	47,06	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,21	96,92	2,84	0,01	0,02	0,00	67	0,03	97,58	2,39	0,00	0,00	0,00
21	0,16	99,58	0,26	0,00	0,00	0,00	68	0,10	97,97	1,90	0,02	0,01	0,00
22	0,03	49,40	50,55	0,00	0,02	0,00	69	0,38	99,02	0,60	0,00	0,00	0,00
23	0,07	50,12	49,79	0,00	0,02	0,00	70	0,46	99,49	0,05	0,00	0,00	0,00
24	0,02	85,44	14,54	0,00	0,00	0,00	71	0,03	1,96	97,67	0,00	0,34	0,00
25	0,03	75,93	24,04	0,00	0,00	0,00	72	0,11	99,62	0,26	0,00	0,01	0,00
26	0,00	3,94	96,06	0,00	0,00	0,00	73	11,37	88,63	0,00	0,00	0,00	0,00
27	0,19	99,46	0,35	0,00	0,00	0,00	74	0,00	18,02	81,98	0,00	0,00	0,00
28	0,01	48,52	51,47	0,00	0,00	0,00	75	0,25	99,07	0,66	0,01	0,01	0,00
29	0,27	96,48	3,21	0,02	0,02	0,00	76	0,18	99,29	0,53	0,00	0,00	0,00
30	0,00	0,00	50,30	0,00	49,69	0,01	77	2,65	96,65	0,62	0,03	0,03	0,02
31	0,35	97,98	1,67	0,00	0,00	0,00	78	0,00	50,02	49,98	0,00	0,00	0,00
32	8,18	84,85	6,00	0,40	0,32	0,25	79	0,01	64,17	35,81	0,00	0,01	0,00
33	0,05	99,22	0,73	0,00	0,00	0,00	80	0,00	50,13	49,88	0,00	0,00	0,00
34	0,12	84,23	15,63	0,00	0,02	0,00	81	0,04	2,79	97,06	0,00	0,11	0,00
35	0,73	95,41	3,80	0,02	0,03	0,01	82	0,09	98,46	1,44	0,00	0,01	0,00
36	0,17	98,70	1,12	0,00	0,01	0,00	83	0,34	98,15	1,47	0,02	0,02	0,00
37	1,43	98,23	0,27	0,03	0,04	0,00	84	0,05	96,72	3,22	0,00	0,00	0,01
38	0,09	96,64	3,26	0,01	0,00	0,00	85	0,01	29,83	70,14	0,01	0,01	0,00
39	0,03	50,12	49,83	0,01	0,00	0,01	86	0,04	80,45	19,50	0,00	0,01	0,00
40	0,00	0,40	99,51	0,00	0,09	0,00	87	0,05	90,07	9,84	0,01	0,02	0,01
41	0,00	0,64	99,27	0,00	0,09	0,00	88	0,29	99,00	0,68	0,03	0,00	0,00
42	0,06	99,84	0,10	0,00	0,00	0,00	89	0,30	97,39	2,27	0,00	0,03	0,01
43	0,01	0,65	98,90	0,00	0,43	0,01	90	0,11	98,07	1,80	0,00	0,01	0,01
44	0,00	82,70	17,30	0,00	0,00	0,00	91	0,07	94,60	5,33	0,00	0,00	0,00
45	0,00	50,58	49,42	0,00	0,00	0,00	92	0,01	94,48	5,51	0,00	0,00	0,00
46	0,00	69,55	30,45	0,00	0,00	0,00	93	1,16	97,87	0,93	0,01	0,03	0,00
47	51,70	48,24	0,03	0,02	0,01	0,00	94	1,17	97,63	1,14	0,04	0,02	0,00

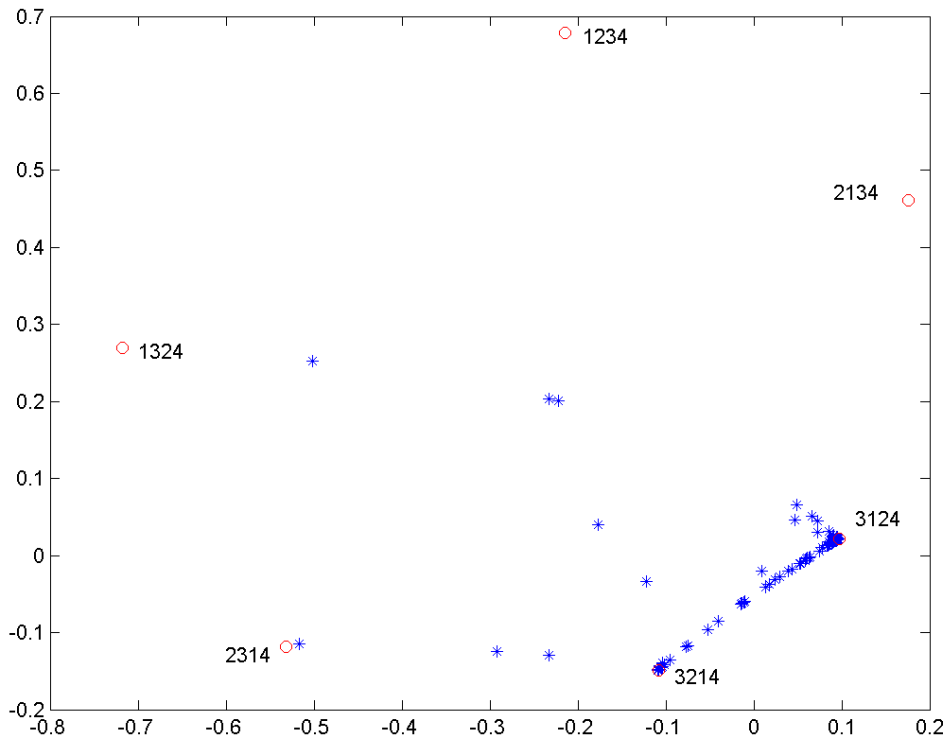


Figura 2. Diagrama de localización de las estructuras de preferencia para los datos de la Tabla 3.

5. CONCLUSIONES

Las técnicas de visualización gráfica de información proporcionan medios alternativos de analizar un problema AHP que permiten aprovechar las posibilidades y las habilidades perceptuales del cerebro para extraer y analizar rápida y eficientemente información amplia y a menudo poco estructurada. En este artículo se han señalado algunas de las técnicas de visualización gráfica de las que puede beneficiarse el Proceso Analítico Jerárquico, mostrando ejemplos concretos de dos de ellas, los *diagramas de inconsistencia de los juicios* y los *diagramas de localización de las estructuras de preferencia*. Para desarrollar el primero se han introducido la *matriz de consistencia de los juicios* y el *índice de densidad de la inconsistencia*.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. Aguarón, J.; Moreno-Jiménez, J. M. (2003): “The Geometric Consistency Index: Approximated Thresholds”. *European Journal of Operational Research*, **147**(1), pp. 137-145.
2. Asahi, T.; Turo, D.; Shneiderman, B. (1994): “Using treemaps to visualize the Analytic Hierarchy Process”. Technical Report CS-TR-3293, University of Maryland, Department of Computer Science.
3. Bryson N; Mobolurin, A. (1999): “An approach for generating belief functions”. *European Journal of Operational Research*, **115**(3), pp. 624-633.
4. Escobar, M.T.; Moreno-Jiménez, J.M. (2000): “Reciprocal distributions in the Analytic Hierarchy Process”. *European Journal of Operational Research* **123**(1), 154-174.
5. Keim, D. A. (2001): “Visual Exploration of Large Databases”. *Communications of the ACM*, **44**(8), pp.38-44.
6. Keim, D. A. (2002): “Information Visualization and Visual Data Mining”. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, **8**(1), pp. 1-8.
7. Moreno-Jiménez, J. M.; Aguarón, J.; Raluy, A.; Turón, A. (2004): “A Spreadsheet Module for Consistent Consensus Building in AHP-Group Decision Making”. Aceptado para su publicación en *Group Decision and Negotiation Journal*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (Holanda).
8. Saaty, T. L. (1980): *Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process*. McGraw Hill. New York.
9. Turón, A.; Aguarón, J.; Moreno-Jiménez, J. M.; Raluy, A. (2003): “Visualización gráfica de las estructuras de preferencias en AHP”. *Actas de la XVII Reunión ASEPELT-España*, Almería.